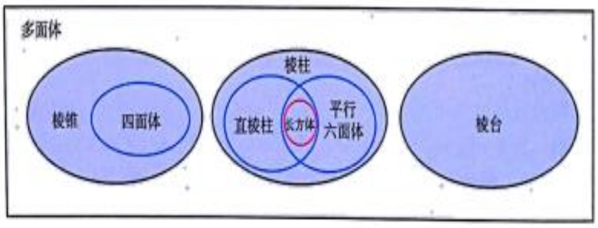
参考答案

第八章　立体几何初步

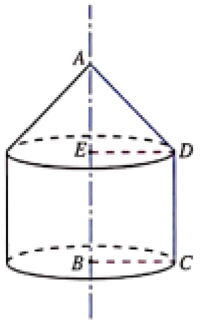
52　基本立体图形

做一做：长方体共有 6 个面，每个面都是矩形.

讲一讲：1．如图所示：



2．几何体如图所示，其中 $DE\perp AB$，垂足为 E. 这个几何体是由圆柱 BE 和圆锥 AE 组合而成的. 其中圆柱 BE 的底面分别是圆 B 和圆 E，侧面是由梯形的上底 CD 和下底 AB 旋转形成的；圆锥 AE 底面是圆 E，侧面是由梯形的边 AD 绕轴 AB 旋转而成的.



练一练：1.（1）错误

解析：长方体是四棱柱，但直四棱柱并不一定是长方体，直四棱锥的侧棱垂直于底面，底面可以是任意四边形（2）正确.

2．分割原图，使它的每一部分都是简单几何体．图①是由一个三棱柱和一个四棱柱拼接而成的简单组合体．图②是由一个圆锥和一个四棱柱拼接而成的简单组合体.

达标测试：1．D 解析：棱柱可以是三棱柱、四棱柱、五棱柱等，因此底面可以是三角形、四边形、五边形等多边形，所以 A 错误；棱锥的底面可以是三角形、四边形、五边形等多边形，因此 B 错误；棱锥被平面分成的两部分可能都是棱锥，因此 C 错误.

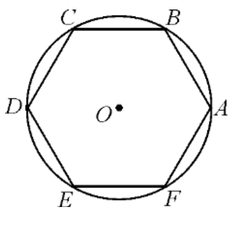
2．5，6，9；

3．C 解析：将正方形绕其一边所在的直线旋转可以形成圆柱，所以 A 错误；B 中必须以垂直于底边的腰为轴旋转才能得到圆台，所以 B 错误；通过圆台侧面上一点，只有一条母线，所以 D 错误，故选 C.

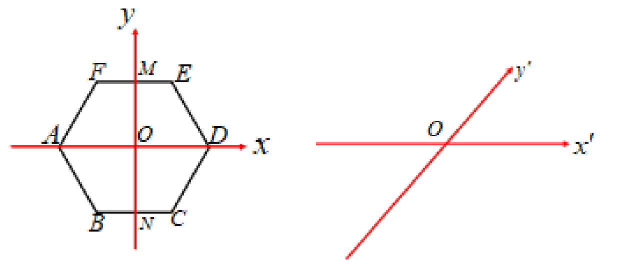
4．B 解析：截面可以从各个不同的部位截取，截得的截面都是圆面的几何体只有球．故选 B.

53　立体图形的直观图

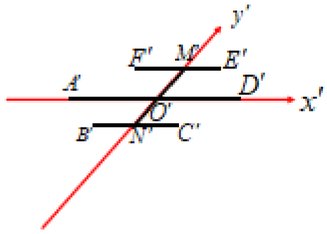
做一做：用圆规画一个圆，不改变半径，圆周任意一点 A 作为圆心，画弧和圆相交于两点 B、F，不改变半径，再分别以 B、F 为圆心画弧，与圆相交于 C、E 点，同理找到 D 点，多边形 $ABCDEF$ 即为正六边形（方法不唯一）.



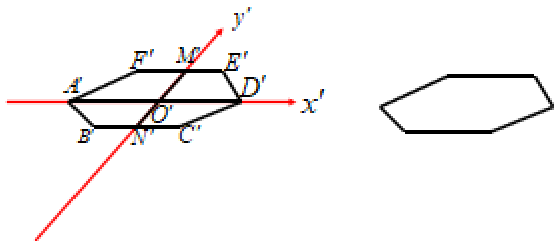
讲一讲：1.（1）在六边形 $ABCDEF$ 中，取 AD 所在的直线为 x 轴，对称轴 MN 所在直线为 y 轴，两轴交于点 O，画相应的 x'轴和 y'轴，两轴相交与点 O'，使$\angle x'O'y'=45°$；



（2）以 O'为中心，在 x'轴上取 $A'D'=AD$，在 y'轴上取 $M'N'=\frac{1}{2}MN$．以点 N'为中心，画 $B'C'$ 平行于 x'轴，并且等于 BC；再以 M'为中心，画 $F'E'$ 平行于 x'轴，并且等于 FE；

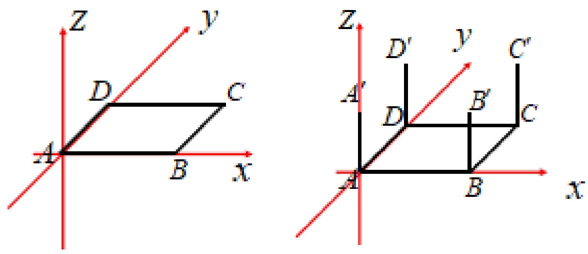


（3）连接 $A'B'$，$C'D'$，$D'E'$，$F'A'$，并擦去辅助线 x'轴和 y'轴，便获得正六边形 $ABCDEF$ 水平放置的直观图 $A'B'C'D'E'F'$.



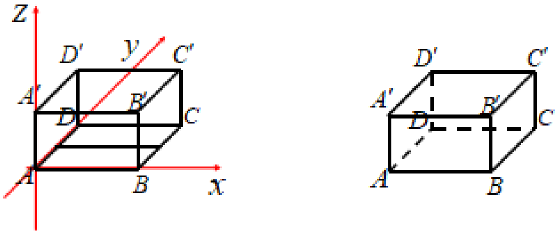
2．（1）画轴．画 x 轴、y 轴、z 轴，三轴相交于 O（A），使$\angle xOy=45°$，$\angle xOz=90°$.

（2）画底面．在 x 轴正半轴上取线段 AB，使 $AB=3$ cm；在 y 轴正半轴上取线段 AD，使 $AD=1$cm．过点 B 作 y 轴的平行线，过点 D 作 x 轴的平行线，设它们的交点为 C，则 ▱$ABCD$ 就是长方形 $ABCD$ 的直观图.

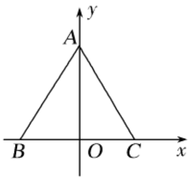


（3）画侧棱．在 z 轴正半轴上取线段 AA'，使 $AA'=1.5$cm，过 B，C，D 各点分别作 z 轴的平行线，在这些平行线上分别截取 1.5 cm 长的线段 BB'，CC'，DD'.

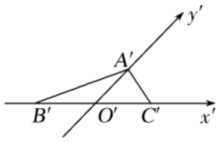
（4）成图．顺次连接 A'，B'，C'，D'，并加以整理（去掉辅助线，将被遮挡的部分改为虚线），就得到长方体的直观图了．



练一练：1．（1）如图①所示，以 BC 边所在的直线为 x 轴，以 BC 边上的高线 AO 所在的直线为 y 轴，建立平面直角坐标系；



①



②

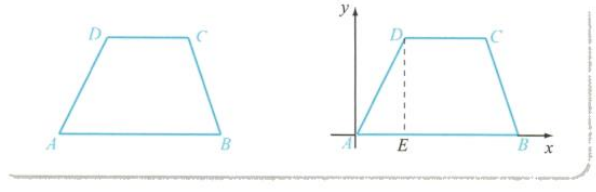
（2）画对应的 x'轴、y'轴，使$\angle x'O'y'=45°$；在 x'轴上截取 $O'B'=O'C'=2$ cm，在 y'轴上截取 $O'A'=\dfrac{1}{2}OA$，连接 $A'B'$，$A'C'$，则三角形 $A'B'C'$即为正三角形 ABC 的直观图，如图②所示．

2. D 解析：由比例尺可知长方体的长、宽、高分别为 2cm，0.5cm，1cm，结合直观图的画法，平行于 x 轴、z 轴的线段长度不变，平行于 y 轴的线段长度减半，因此，直观图中相应的长度应为 2cm，0.25cm，1cm.

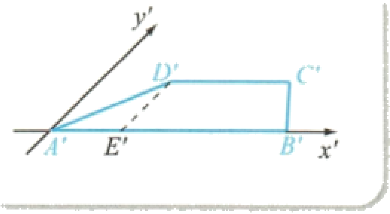
达标测试：1. C 解析：正方形的直观图应是一个内角为 45°的平行四边形，且相邻的两边之比为 2∶1，故选 C.

2. B 解析：根据斜二测画法，原来垂直的未必垂直，故答案选 B.

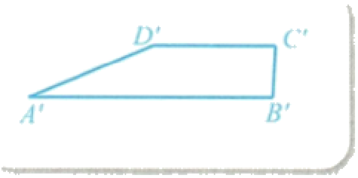
3. （1）在梯形 $ABCD$ 上，以 AB 为 x 轴，A 为原点，建立平面直角坐标系，如图所示．



（2）画 x'轴和 y'轴，使它们相交于点 A'，而且$\angle x'A'y'=45°$；在 x'轴上找出点 B'，使 $A'B'=AB$，在原图中过 D 点做 AB 的垂线，设垂足为 E，连接 DE. 在新的图中 $A'B'$上找出点 E'，使得 $A'E'=AE$. 在新的图中作 $E'D'$平行于 y'轴，而且使 $E'D'=\dfrac{1}{2}ED$；在新的图中过 D'作 x'轴的平行线 $D'C'$，使得 $D'C'=DC$.



（3）在图中连接 $A'D'$，$B'C'$，擦去作图过程中的辅助线，最后得到的四边形 $A'B'C'D'$就是梯形 $ABCD$ 的直观图．



54　棱柱、棱锥和棱台的表面积和体积

做一做：1. $S_{正三角形}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$；

2. $S_{正三角形}=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}a^2$.

讲一讲：1. 因为△SBC 是正三角形，其边长为 a，所以 $S_{\triangle SBC}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$. 因此，四面体 $S-ABC$ 的表面积 $S_{P-ABC}=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=\sqrt{3}a^2$.

2. 由题意知：

$V_{长方体ABCD-A'B'C'D'}=1\times1\times0.5=0.5(\mathrm{m}^3)$

$V_{棱锥P-ABCD}=\dfrac{1}{3}\times1\times1\times0.5=\dfrac{1}{6}(\mathrm{m}^3)$

所以这个漏斗的容积$V=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{6}=\dfrac{2}{3}\approx0.67(\mathrm{m}^3)$

3. $48\sqrt{3}+144$ 解析：设正六棱锥底面边长为 a，则体积$\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2\times6\times6=144\sqrt{3}$，因此 $a=4$.

$S_{两底}=\dfrac{144\sqrt{3}}{6}\times2=48\sqrt{3}$，$S_{侧}=4\times6\times6=144$

因此$S_{表面积}=48\sqrt{3}+144$.

练一练：1. 因为此正六棱柱底面外接圆的半径为 0.46 m，所以底面正六边形的边长是 0.46 m.

所以$S_{侧}=ch=6\times0.46\times1.6=4.416(\mathrm{m}^2)$.

所以$S_{表}=S_{侧}+S_{上底}+S_{下底}$

$=4.416+2\times\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times0.46^2\times6\approx5.5(\mathrm{m}^2)$.

故制造这个滚筒约需要 5.5m² 铁板.

2. A 解析：三棱锥 F-CDE 的体积

$V=\frac{1}{3}S_{\Delta CDE}\cdot h$，$E$ 为 AB 上的动点，但不影响 ΔCDE 的面积，$S_{\Delta CDE}=\frac{1}{2}\times1\times1=\frac{1}{2}$. F 为 C_1D_1 上的动点，但不影响三棱锥的高，$h=1$，因此 $V=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1=\frac{1}{6}$.

3. B 解析：设正方体的棱长为 a，则 $6a^2=96$，所以 $a=4$，故 $V=a^3=4^3=64$.

达标测试：1. A 解析：$2(1\times2+2\times3+1\times3)=22$.

2. $6+2\sqrt{2}$ 解析：由棱台的体积公式 $V=\frac{1}{3}h(S_{上底}+\sqrt{S_{上底}S_{下底}}+S_{下底})$ $=\frac{1}{3}\times3\times(2+\sqrt{2\times4}+4)=6+2\sqrt{2}$.

3. A 解析：三棱锥 D_1-ADC 的体积 $V=\frac{1}{3}S_{\triangle ADC}\times D_1D=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times AD\times DC\times D_1D=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$. 故选 A.

55 圆柱、圆锥、圆台、球的表面积和体积

做一做：1. $C_{圆}=2\pi r$，$S_{圆}=\pi r^2$（r 为圆的半径）；

2. $S_{扇形}=\frac{1}{2}lr$（l 为扇形圆心角所对弧长，r 为扇形所在圆的半径）

讲一讲：1. 一个浮标的表面积是 $2\pi\times0.15\times0.6+4\pi\times0.15^2=0.8478\left(\mathrm{m}^2\right)$，所以给 1000 个这样的浮标涂防水漆约需涂料 $0.8478\times0.5\times1000=423.9(\mathrm{kg})$.

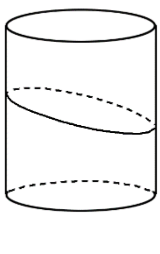
2. 设球的半径为 R，则圆柱的底面半径为 R，高为 $2R$.

$\because$ 球的体积 $V_1=\frac{4}{3}\pi R^3$，圆柱的体积

$V_2=\pi R^2\cdot2R=2\pi R^3$，

$\therefore V_1:V_2=\frac{4}{3}\pi R^3:2\pi R^3=\frac{2}{3}$

练一练：1. 10π 解析：用一个完全相同的几何体把题中几何体补成一个圆柱，如图，则圆柱的体积为 $\pi\times2^2\times5=20\pi$，故所求几何体的体积为 10π.



2. A 解析：由题意知，此球是正方体的内切球，根据其几何特征知，此球的直径与正方体的棱长是相等的，故可得球的直径为 2，故半径为 1，其体积是 $V_{球}=\frac{4}{3}\times\pi\times1^3=\frac{4\pi}{3}$

达标测试：1. C 解析：设球原来的半径为 r，体积为 V，则 $V=\frac{4}{3}\pi r^3$，当球的半径扩大到原来的 2 倍后，其体积 $V'=\frac{4}{3}\pi(2r)^3$，变为原来的 $2^3=8$ 倍.

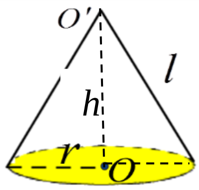
2. 54π 解析：$S_{侧}=\pi(r'+r)l=\pi(2+7)\times6=54\pi$.

3. 圆锥的轴截面是边长为 4 的等边三角形，则圆锥的母线 $l=4$ cm，底面圆的半径 $r=2$ cm，圆锥的高为等边三角形的高，即 $h=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，因此圆锥的表面积为

$S=S_{侧}+S_{底}=\frac{1}{2}\times2\pi\times2\times4+\pi\times2^2=12\pi$ (cm²)，

体积为

$V=\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times2\sqrt{3}=\frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$ (cm³).



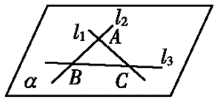
56 平面

做一做：1. 线段

2. 一，一

讲一讲：1. B

2. 证明：设直线 AB、BC、AC 两两相交，交点分别为 A，B，C. 显然，A，B，C 3 点不共线，因此它们能确定一个平面 α. 因为 $A\in\alpha,B\in\alpha$，那么直线 $AB\subset\alpha$. 同理，$AC\subset\alpha,BC\subset\alpha$. 即直线 AB、BC、AC 都在平面 α 内.



练一练：1. B 解析：点和直线的关系用符号 $\in$ 或 $\notin$ 表示，直线与平面之间的关系用 $\subset$ 或 $\not\subset$ 来表示，因此选答案 B.

2. D 解析：两两相交且共点的三条直线若在一个平面内，可确定一个平面，若不在一平面内，每两条相交直线可确定一个平面，共可确定 3 个平面，故选 D.

达标测试：1. C 解析：A 选项，根据平面基本性质知，不共线的三点确定一个平面，故错误；B 选项，根据平面基本性质的推论，直线和直线外一点确定一个平面，故错误；C 选项，根据基本事实一可知，不共线的三点确定一个平面，而两两相交且不共点的三条直线，在三个不共线的交点确定的唯一平面内，所以两两相交且不共点的三条直线确定一个平面，正确；选项 D,空间四边形不能确定一个平面，故错误；综上知选 C.

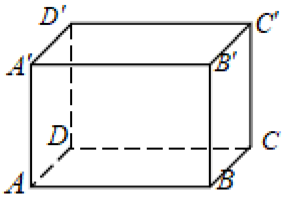
2. ①③，$l\subset\alpha$ 解析：若直线与平面有两个公共点，则这条直线一定在这个平面内，故①正确；直线 l 在平面 α 内用符号"$\subset$"表示，即 $l\subset\alpha$，②错误；由 a 与 b 相交，说明两个平面有公共点，因此一定相交，故③正确.

3. A 解析：由 $A\in$ 平面 α，$B\in$ 平面 α 可

知，直线 $AB\subset\alpha$，因此答案 C，D 错误；又因为点 $C\in AB$，则 $C\in\alpha$，因此答案 A 正确.

57 空间点、直线、平面的位置关系

做一做：由长方体可知，空间中的两条直线不相交，可能平行，例如直线 AB 与 CD，AA'与 BB'等，也可能不平行，例如直线 AB 与 CC'，AB 与 DD'等.



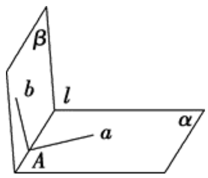
讲一讲： 1.（1）$\alpha\cap\beta=l,a\cap\alpha=A,a\cap\beta=b$；（2）$\alpha\cap\beta=l,a\subset\alpha,b\subset\beta,a\cap l=P,b\cap l=P$.

2. 直线 AB 与 l 是异面直线。理由如下：若直线 AB 与直线 l 不是异面直线，则它们相交或平行．设它们确定的平面为 β，则 $B\in\beta,l\subset\beta$．由于经过点 B 与直线 l 有且仅有一个平面 α，因此平面 α 与平面 β 重合，从而 $AB\subset\alpha$，进而 $A\in\alpha$，这与 $A\notin\alpha$ 矛盾．所以直线 AB 与 l 是异面直线.

3. ②

练一练：1. ①平行 ②异面 ③相交 ④异面 解析：经探究可知直线 A_1B 与直线 D_1C 在平面 A_1BCD_1 中，且没有交点，则两直线平行，所以①应该填"平行"；点 A_1、B、B_1 在平面 A_1BB_1 内，而 C 不在平面 A_1BB_1 内，则直线 A_1B 与直线 B_1C 异面．同理，直线 AB 与直线 B_1C 异面．所以②④应该填"异面"；直线 D_1D 与直线 D_1C 相交于 D_1 点，所以③应该填"相交".

2. D 解析：对于答案 A，空间两条不相交的直线有两种可能，一是平行(共面)，另一个是异面，所以 A 应排除．对于答案 B，分别位于两个平面内的直线，既可能平行也可能相交也可能异面，如图，就是相交的情况，所以 B 应排除．



对于答案 C，如图中的 a，b 可看作是平面 α 内的一条直线 a 与平面 α 外的一条直线 b，显然它们是相交直线，所以 C 应排除．只有 D 符合定义.

3. C 解析：因为 $\alpha\parallel\beta$，$a\subset\alpha$，所以 a 与 β 无公共点，所以 $a\parallel\beta$，故②正确，所以 a 与 β 内的所有直线都没有公共点，所以 a 与 β 内的直线平行或异面，故①不正确，③正确．故选 C.

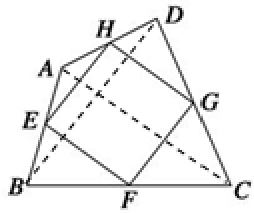
达标测试：1. 3 解析：前后两个面、左右两个面、上下两个面都平行.

2. D 解析：直线 $a\parallel$平面 α，则直线和平面没有交点，因此和平面内任何直线都没有交点，故和平面内任何直线都不相交.

3. D 解析：如果一条直线上的两个点在一个平面内，那么这条直线在这个平面内.

58 平行直线与异面直线

做一做： 平行四边形 解析：连接 AC、BD，在△ABC 中，由中位线定理可得 $EF\parallel AC$ 且 $EF=\dfrac{1}{2}AC$．在△ACD 中，$HG\parallel AC$ 且 $HG=\dfrac{1}{2}AC$，

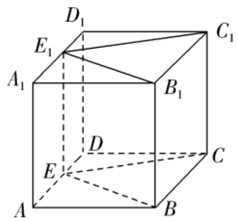


因此，$EF\parallel HG$ 且 $EF=HG$. 因此，四边形 $EFGH$ 是平行四边形.

讲一讲：1. 共 3 对：AB 与 CD，AB 与 GH，EF 与 GH.

2. 证明：连接 EH，因为 EH 是△ABD 的中位线，所以 $EH\parallel BD$，且 $EH=\dfrac{1}{2}BD$．同理，$FG\parallel BD$，且 $FG=\dfrac{1}{2}BD$．所以 $EH\parallel FG$，且 $EH=FG$. 所以四边形 $EFGH$ 为平行四边形.

3. 证明：如图，连接 EE_1．∵E_1，E 分别为 A_1D_1，AD 的中点，



∴$A_1E_1\underline{\underline{\parallel}}AE$.

∴A_1E_1EA 为平行四边形.

∴$A_1A\underline{\underline{\parallel}}E_1E$.

又∵$A_1A\underline{\underline{\parallel}}B_1B$，∴$E_1E\underline{\underline{\parallel}}B_1B$.

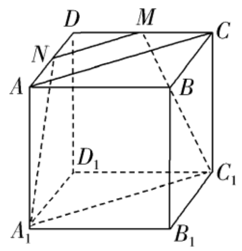
∴四边形 E_1EBB_1 是平行四边形．∴$E_1B_1\parallel EB$，

同理 $E_1C_1\parallel EC$．又∠$C_1E_1B_1$ 与∠CEB 方向相同，

∴∠$C_1E_1B_1$＝∠CEB

练一练：1. 选 A 解析：三棱锥 A-BCD 的六条棱所在直线中，成异面直线的有：AB 和 CD，AD 和 BC，BD 和 AC，所以三棱锥 A-BCD 的六条棱所在直线成异面直线的有 3 对．故选 A.

2. 证明：如图，连接 AC，在△ACD 中，∵M、N 分别是 CD、AD 的中点，∴MN 是三角形的中位线，∴$MN\parallel AC$，$MN=\dfrac{1}{2}AC$．由正方体的性质得 $AC\parallel A_1C_1$，$AC=A_1C_1$.



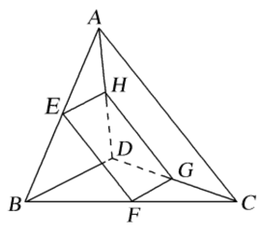
∴$MN\parallel A_1C_1$，

且 $MN=\dfrac{1}{2}A_1C_1$，

即 $MN\neq A_1C_1$，∴四边形 MNA_1C_1 是梯形.

3. D 解析：由题意可知 $DE\parallel PB$，$EF\parallel BC$，所以∠DEF＝∠PBC＝90°.

达标测试：1. C 解析：连接 AC，BD， ∵E，F，G，H 分别为各边的中点，



∴$EF\parallel AC$，$GH\parallel AC$，

$EH\parallel BD$，$FG\parallel BD$，

$EF=GH=\dfrac{1}{2}AC$，

$EH=FG=\dfrac{1}{2}BD$，

∴四边形 $EFGH$ 是平行四边形.

∵$AC=BD$，∴$EF=EH$，

∴四边形 $EFGH$ 是菱形，故选 C.

2. 相交或异面

3. B 解析：①错，可以异面. ②正确. ③错误，和另一条可以异面. ④正确，由平行线的传递性可知.

59 直线与平面平行

做一做：(1)三角形中位线定理；(2)平行四边形的对边；(3)成比例线段；(4)平行公理等.

讲一讲：1. 证明：∵$AE=EB$，$AF=FD$，∴$EF\,//\,BD$. 又 $EF\not\subset$平面 BCD，$BD\subset$平面 BCD，∴$EF\,//$平面 BCD.

2. 证明：连接 BD，交 AC 于 O 点，连接 OE.
∵$ABCD$ 为矩形，∴O 为 BD 的中点.
又 E 为 PD 的中点，∴$OE\,//\,PB$.
又 $PB\not\subset$平面 AEC，$OE\subset$平面 AEC，
∴$PB\,//$平面 AEC.

3. 证明：在△ABC 中，因为 E，F 分别为边 AB，AD 的中点，所以由三角形的中位线定理可知 $EF\,//\,BD$,又因为 $EF\not\subset$平面 BCD,$BD\subset$平面 BCD,所以由线面平行的判定定理可知 $EF\,//$面 BCD.
又因为 $EF\subset$平面 $EFGH$，平面 $EFGH\cap$面 $BCD=GH$，所以由线面平行的性质定理可知 $EF\,//\,GH$.

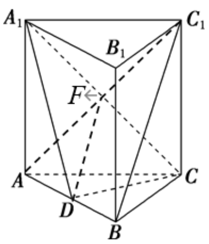
练一练：1. 证明：在△OBC 中，因为 E，F 分别为 BC，OC 的中点，所以 $FE\underline{\underline{//}}\dfrac{1}{2}OB$，又因为 $AD\underline{\underline{//}}\dfrac{1}{2}OB$，所以 $FE\underline{\underline{//}}AD$. 所以四边形 $ADEF$ 是平行四边形，所以 $DE\,//\,AF$. 又因为 $DE\not\subset$平面 AOC，$AF\subset$平面 AOC，所以 $DE\,//$平面 AOC.

2. C 解析：由三角形中位线定理可知，$OM\,//\,PD$，因此 $OM\,//$平面 PCD，$OM\,//$平面 PDA，因此①②③正确，答案选 C.

3. 证明：∵面 BCC_1B_1 是正方形，∴$BB_1\,//\,CC_1$，又 $BB_1\not\subset$平面 CDD_1C_1，$CC_1\subset$平面 CDD_1C_1，∴$BB_1\,//$平面 CC_1D_1D. 又∵平面 EBB_1E_1 过 BB_1 且交平面 CDD_1C_1 于 EE_1，∴$BB_1\,//\,EE_1$.

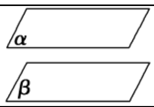
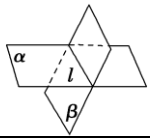
达标测试：1. $EF//$平面 BCD

2. 证明：如图，
连接 AC_1 交 A_1C 于点 F，
则 F 为 AC_1 的中点.
又 D 是 AB 的中点，
连接 DF，则 $DF\,//\,BC_1$.
因为 $DF\subset$平面 A_1CD，
$BC_1\not\subset$平面 A_1CD，
所以 $BC_1\,//$平面 A_1CD.



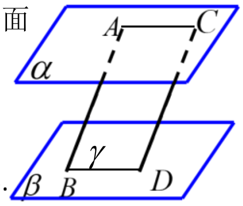
60 平面与平面平行

做一做：

位置关系	图示	表示法	公共点个数
两平面平行		$\alpha\,//\,\beta$	0 个
两平面相交		$\alpha\cap\beta=l$	无数个（共线）

讲一讲：1.证明：因为在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AD\underline{\underline{//}}B_1C_1$，所以四边形 AB_1C_1D 是平行四边形，所以 $AB_1\,//\,C_1D$. 又因为 $C_1D\subset$平面 C_1BD，$AB_1\not\subset$平面 C_1BD. 所以 $AB_1\,//$平面 C_1BD. 同理 $B_1D_1\,//$平面 C_1BD. 又因为 $AB_1\cap B_1D_1=B_1$，$AB_1\subset$平面 AB_1D_1，$B_1D_1\subset$平面 AB_1D_1，所以平面 $AB_1D_1\,//$平面 C_1BD.

2. 已知：如图，$\alpha\,//\,\beta$，$AB\,//\,CD$，且 $A\in\alpha$，$C\in\alpha$，$B\in\beta$，$D\in\beta$. 求证：$AB=CD$.
证明：过平行线 AB，CD 作平面 γ，与平面 α 和 β 分别相交于 AC 和 BD，∵$\alpha\,//\,\beta$，
∴$BD\,//\,AC$，又 $AB\,//\,CD$，
∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形.
∴$AB=CD$.



3. D 解析：选项 A、C 不正确，因为两个平面可能相交；选项 B 不正确，因为平面 α 内的这两条直线必须相交才能得到平面 α 与平面 β 平行；选项 D 正确，因为两个平面的位置关系只有相交与平行两种. 故选 D.

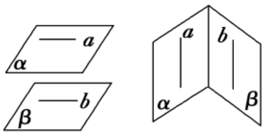
练一练：1. 证明：在△PAB 中，因为 D，E 分别是 PA，PB 的中点，所以 $DE\,//\,AB$. 又知 $DE\not\subset$平面 ABC，$AB\subset$平面 ABC，因此 $DE\,//$平面 ABC. 同理 $EF\,//$平面 ABC，又因为 $DE\cap EF=E$，所以由面面平行的判定定理可得：面 $DEF\,//$面 ABC.

2. 平行四边形 解析：因为平面 $ABFE\,//$平面 $CDHG$，又平面 $EFGH\cap$平面 $ABFE=EF$，
平面 $EFGH\cap$平面 $CDHG=HG$，所以 $EF\,//\,HG$.
同理 $EH\,//\,FG$. 所以四边形 $EFGH$ 的形状是平行四边形.

3. C 解析：根据面面平行的性质知①②③正确，故选 C.

达标测试：1. B 解析：如果一个平面内所有直线都平行于另一个平面，即两个平面没有公共点，则两平面平行，故选 B.

2. C 如图所示，由图可知 C 正确.



3. 证明：因为 $PB\cap PD=P$，所以直线 PB 和 PD 确定一个平面 γ，则 $\alpha\cap\gamma=AC$，$\beta\cap\gamma=BD$.
又 $\alpha\,//\,\beta$，所以 $AC\,//\,BD$.

61 直线与直线垂直

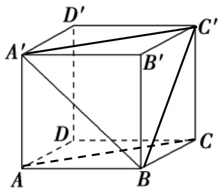
做一做：1. （1）直角三角形的两直角边垂直；（2）矩形（正方形）邻边互相垂直；（3）等腰三角形三线合一；（4）菱形对角线互相垂直；（5） 直径所对的圆周角为直角等.

2. 等边

讲一讲：1. （1）棱 AB，BC，CD，DA，$A'B'$，$B'C'$，$C'D'$，$D'A'$所在直线分别与直线 AA'垂直.

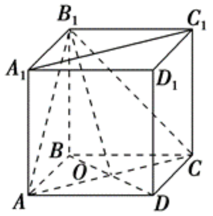
（2）因为 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$是正方体，所以 $BB'/\!/CC'$，因此$\angle A'BB'$为直线 BA'与 CC'所成的角．又因为$\angle A'BB' = 45°$，所以直线 BA'与 CC'所成的角等于 45°.

（3）如图，连接 $A'C'$．因为 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$是正方体，所以 $AA' \underline{/\!/} CC'$．从而四边形 $AA'C'C$ 是平行四边形，所以 $AC/\!/A'C'$．于是为$\angle BA'C'$异面直线 BA'与 AC 所成的角．连接 BC'，易知$\triangle A'BC'$是等边三角形，所以$\angle BA'C' = 60°$．从而异面直线 BA'与 AC 所成的角等于 60°.



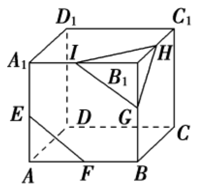
2. 证明：连接 AB_1，B_1C，因为 $AC/\!/A_1C_1$，所以$\angle B_1OC$(或其补角)是异面直线 OB_1 与 A_1C_1所成的角．

又因为 $AB_1=B_1C$，O 为 AC 的中点，所以 $B_1O\perp AC$，



故$\angle B_1OC=90°$，所以 OB_1 与 A_1C_1 所成的角的大小为 90°．即 $B_1O\perp A_1C_1$

练一练：1. B　解析：取 A_1B_1 中点 I，连接 IG、IH，则 $EF \underline{/\!/}\ IG$．易知 IG，IH，HG 相等，则$\triangle HGI$ 为等边三角形，则 IG 与 GH 所成的角为 60°，即 EF 与 GH 所成的角为 60°.



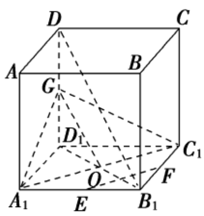
2. 证明：如图所示，连接 A_1C_1，B_1D_1，并设它们相交于点 O，取 DD_1 的中点 G，连接 OG，A_1G，C_1G．则 $OG/\!/B_1D$，$EF/\!/A_1C_1$.

∴$\angle GOA_1$为异面直线 DB_1与 EF 所成的角或其补角．

∵$GA_1=GC_1$，O 为 A_1C_1 的中点，

∴$GO\perp A_1C_1$.

∴异面直线 DB_1 与 EF 所成的角为 90°．∴$DB_1\perp EF$.

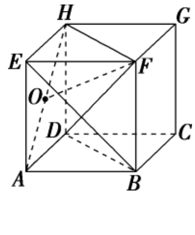


达标测试：1. （1） 45°、（2）60° 解析：直线 AB_1 和 CC_1 所成的角即为直线 AB_1 和 BB_1 所成的角，为 45°；直线 AB_1 和 EF 所成的角为直线 AB_1 和 B_1C 所成的角，$\triangle AB_1C$ 为等边三角形，因此为 60°.

2. 90° 解析：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，∴$AB/\!/CD$，∴$\angle PAB$ 是 PA 与 CD 所成的角．又∵$PA\perp AB$，∴$\angle PAB=90°$.

3. 因为 D、E 分别是 VB、VC 的中点，所以 $BC/\!/DE$，因此$\angle ABC$ 是异面直线 DE 与 AB 所成的角，又因为 AB 是圆 O 的直径，点 C 是弧 AB 的中点，所以$\triangle ABC$ 是以$\angle ACB$ 为直角的等腰直角三角形，于是$\angle ABC=45°$，故异面直线 DE 与 AB 所成的角为 45°.

4. （1）如图，



因为 $CG/\!/BF$．所以$\angle EBF$(或其补角)为异面直线 BE 与 CG 所成的角，又在$\triangle BEF$ 中，$\angle EBF=45°$，所以 BE 与 CG 所成的角为 45°． (2)连接 FH，因为 $HD/\!/EA$，$EA/\!/FB$，所以 $HD/\!/FB$，又 $HD=FB$，所以四边形 $HFBD$ 为平行四边形．所以 $HF/\!/BD$，所以$\angle HFO$(或其补角)为异面直线 FO 与 BD 所成的角．连接 HA，AF，易得 $FH=HA=AF$，所以$\triangle AFH$ 为等边三角形，又知 O 为 AH 的中点，所以$\angle HFO=30°$，即 FO 与 BD 所成的角为 30°.

62　直线与平面垂直

做一做：因为 $AB^2+AC^2=BC^2$，且 $BC=2AB$，因此$\angle A=60°$，$\angle B=30°$，$\angle C=90°$．直线 $AB\perp$直线 AC.

讲一讲：1. 证明：由已知可得 O 为 AC 的中点．在$\triangle PAC$ 中，因为 $PA=PC$，且 $AO=OC$，所以由等腰三角形三线合一可知 $PO\perp AC$．同理，$PO\perp BD$．又因为 $AC\cap BD=O$，所以 $PO\perp$面 $ABCD$.

2. 连接 BC_1，B_1C，BC_1 与 B_1C 相交于点 O，连接 A_1O．设正方体的棱长为 a．∵$A_1B_1\perp B_1C_1$，$A_1B_1\perp B_1B$，$B_1C_1\cap B_1B=B_1$，∴$A_1B_1\perp$平面 BCC_1B_1，∴$A_1B_1\perp\ BC_1$．又 $BC_1\perp B_1C$，∴$BC_1\perp$平面 A_1DCB_1．∴A_1O 为斜线 A_1B 在平面平面 A_1DCB_1 上的射影，$\angle BA_1O$ 为 A_1B 和平面 A_1DCB_1 所成的角．在 Rt$\triangle A_1BO$ 中，$A_1B=\sqrt{2}a$，$BO=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$，∴$BO=\dfrac{1}{2}A_1B$，∴$\angle BA_1O=30°$．∴直线 A_1B 和平面 A_1DCB_1 所成的角为 30°.

练一练：1. （1）证明：因为 $ABCD$ 是正方形，F 是对角线 AC 与 BD 的中点，所以 F 为 BD 的中点，又 E 为棱 PD 的中点，所以 $EF/\!/PB$，$EF\not\subset$平面 PBC，$PB\subset$平面 PBC，因此 $EF/\!/$平面 PBC.

（2）证明：因为 $ABCD$ 是正方形，所以 $AC\perp BD$．又因为 $PD\perp$平面 $ABCD$，$AC\subset$平面 $ABCD$，所以 $AC\perp PD$，又 $PD\cap BD=D$，所以 $AC\perp$平面 PBD.

2. 45° 解析：因为 $PA\perp$平面 ABC，所以斜线 PB 在平面 ABC 上的射影为 AB，所以$\angle PAB$ 即为直线 PB 与平面 ABC 所成的角．在$\triangle PAB$ 中，$\angle BAP=90°$，$PA=PB$，所以$\angle PBA=45°$，即直线 PB 与平面 ABC 所成的角等于 45°.

达标测试：1. A 解析：因为梯形两腰所在直线为两条相交直线，所以由线面垂直的判定定理知，直线与平面垂直．选 A.

2. C 解析：$\angle ABO$ 即是斜线 AB 与平面 α 所成的角，在 Rt$\triangle AOB$ 中，$AB=2BO$，所以 $\cos\angle ABO=\dfrac{1}{2}$，即$\angle ABO=60°$．故选 C.

3. A 解析：两直线垂直于同一平面，则此两直线平行，故 C 错；两直线平行于同一平面，这两直线可能平行、可能相交、可能异面，故 B、D 错.

4. （1）证明：在$\triangle PBC$中，因为E，F分别是BC，PC的中点，所以$EF\parallel PB$．因为$EF\not\subset$平面PAB，$PB\subset$平面PAB，所以$EF\parallel$平面PAB．

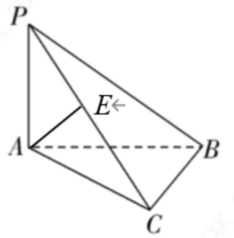
（2）证明：在三棱锥$P\text{-}ABC$中，因为$PA\perp$平面ABC，$BC\subset$平面ABC，所以$PA\perp BC$．因为$AB\perp BC$，且$PA\cap AB=A$，所以$BC\perp$平面PAB．因为$PB\subset$平面PAB，所以$BC\perp PB$．由（1）知，$EF\parallel PB$，所以$EF\perp BC$．

63 平面与平面垂直

做一做：①③ 解析：三角形的任意两边所在直线，以及圆的任意两条直径所在直线都是相交的，根据线面垂直的判定定理可知①③正确；而梯形、正六边形中有互相平行的边，线垂直于面内的两条平行直线，不能保证线垂直于面.

讲一讲：1. 证明：$\because PA\perp$平面ABC，$BC\subset$平面ABC，$\therefore PA\perp BC$．$\because$点C是圆周上不同于A，B的任意一点，AB是$\odot O$的直径，$\therefore\angle BCA=90°$，即$BC\perp AC$．又$PA\cap AC=A$，$PA\subset$平面PAC，$AC\subset$平面PAC，$\therefore BC\perp$平面PAC．又$BC\subset$平面PBC，$\therefore$平面$PAC\perp$平面PBC．

2. 证明：如图，过点A作$AE\perp PC$，垂足为E．



$\because$平面$PAC\perp$平面PBC，
平面$PAC\cap$平面$PBC=PC$，
$\therefore AE\perp$平面PBC．
$\because BC\subset$平面PBC，
$\therefore AE\perp BC$．
$\because PA\perp$平面ABC，
$BC\subset$平面ABC，
$\therefore PA\perp BC$．又$PA\cap AE=A$，$\therefore BC\perp$平面PAC．

练一练：1. C 解析：由条件得：$PA\perp BC$，$AC\perp BC$，又$PA\cap AC=C$，$\therefore BC\perp$平面PAC，
$\therefore\angle PCA$为二面角$P-BC-A$的平面角.
在Rt$\triangle PAC$中，由$PA=AC$得$\angle PCA=45°$，故选C.

2. D 解析：$\because$在平行四边形$ABCD$中，$AB\perp BD$，$\therefore\triangle ABD$，$\triangle BCD$是直角三角形；$\because$面$ABD\perp$面BCD，面$ABD\cap$面$BCD=BD$，$AB\subset$面ABD，$AB\perp BD$，$\therefore AB\perp$面BCD，$\therefore AB\perp BC$，$\therefore\triangle ABC$是直角三角形；同时，$AB\perp DC$，$BD\perp DC$，$\therefore DC\perp$面ABD，$\therefore DC\perp AD$，即$\triangle ACD$是直角三角形. 因此，在四面体$A\text{-}BCD$中，有4个直角三角形.

达标测试：1. B 解析：平行于同一个平面的两条直线可能相交、可能平行、也可能异面，所以A错误，垂直于同一个平面的两条直线平行，所以B正确，平行于同一条直线的两个平面可能平行，也可能相交，所以C错误，垂直于同一个平面的两个平面可能平行，也可能相交，所以D错误.

2. （1）证明：因为D，E分别是BC，PB的中点，所以$DE\parallel PC$．因为$DE\not\subset$平面PAC，$PC\subset$平面PAC，所以$DE\parallel$平面PAC．

（2）证明：因为$PB=PC$，$AB=AC$，D是BC的中点，所以$PD\perp BC$，$AD\perp BC$．因为$PD\cap AD=D$，所以$BC\perp$平面PAD．因为$BC\subset$平面ABC，所以平面$ABC\perp$平面PAD．