参考答案

第五章　三角函数

24　任意角

做一一做： 1．有公共端点的两条射线;边;顶点.

2．60; 60.

讲一讲： 1． $\because -950°12' = 129°48' - 3\times 360°$

$\therefore$ 在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 范围内与 $-950°12'$ 终边相同的角是 $129°48'$,它是第二象限角.

2． $s = \{\beta | \beta = 50° + k\cdot 360°, k\in z\}$，

由 $-360° \le 50° + k\cdot 360° < 720°$ 解得

$k = -1,0,1$,将其代入得到 $\beta = -310°$ 或 $50°$ 或 $410°$.

3. $s = \{\beta | \beta = 90° + k\cdot 180°, k\in z\}$.

练一练： 1．（1）189°，第三象限角；（2）300°，第四象限角；（3）216°24′，第三象限角.

2． $s = \{\beta | \beta = -75° + k\cdot 360°, k\in z\}$，

符合条件的元素 β =－75° 或 β =285° 或 β =645°.

3. $s = \{\beta | \beta = 45° + k\cdot 180°, k\in z\}$.

达标测试： 1．第二象限角;否.

2．①第四象限角;②第二象限角;③第三象限角;④第四象限角.

3. $s = \{\beta | \beta = k\cdot 180°, k\in z\}$.

25　弧度制

做一做： 1．周角的三百六十分之一；度.

2． $l = \dfrac{n\pi r}{180}; s = \dfrac{n\pi r^2}{360}$.

3.60； $\dfrac{1}{60}$.

讲一讲： 1. $\because 67°30' = \left(\dfrac{135}{2}\right)^\circ \therefore 67°30' = \dfrac{\pi}{180}\times\dfrac{135}{2} = \dfrac{3\pi}{8}$.

2． $-\dfrac{7\pi}{18} = -\left(\dfrac{7\pi}{18}\times\dfrac{180^\circ}{\pi}\right) = -70°$.

练一练： 1.（1） $\dfrac{\pi}{12}$ （2） $-\dfrac{\pi}{3}$ （3） $-\dfrac{\pi}{8}$.

2.（1）30°（2）135°（3）$-300°$.

达标测试： 1．0； $\dfrac{\pi}{6}$； $\dfrac{\pi}{4}$； $\dfrac{\pi}{3}$； $\dfrac{\pi}{2}$； π； $\dfrac{3\pi}{2}$； 2π.

2.（1） $\dfrac{5\pi}{12}$ （2） $-\dfrac{4\pi}{3}$ （3） $\dfrac{\pi}{8}$.

3. $12°;72°;-300°$.

4. $400cm$.

26　三角函数的概念

做一做： $\dfrac{a}{c}$、$\dfrac{b}{c}$、$\dfrac{a}{b}$.

讲一讲： 1． $\because x=2, y=-3 \therefore r = \sqrt{2^2+(-3)^2} = \sqrt{13}$

$\therefore \sin\alpha = \dfrac{y}{r} = \dfrac{-3}{\sqrt{13}} = -\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$； $\cos\alpha = \dfrac{x}{r} = \dfrac{2}{\sqrt{13}} = \dfrac{2\sqrt{13}}{13}$；

$\tan\alpha = \dfrac{y}{x} = -\dfrac{3}{2}$.

2.（1）$\because \alpha = 0$ 时，$x = r, y = 0$

$\therefore \sin 0 = 0, \cos 0 = 1, \tan 0 = 0$.

（2）$\because \alpha = \dfrac{3\pi}{2}$ 时，$x = 0, y = -r$

$\therefore \sin\dfrac{3\pi}{2} = -1, \cos\dfrac{3\pi}{2} = 0, \tan\dfrac{3\pi}{2}$ 不存在.

3.第四象限.

练一练： 1. $\sin\alpha = -\dfrac{4}{5}$； $\cos\alpha = -\dfrac{3}{5}$； $\tan\alpha = \dfrac{4}{3}$.

2.（1） $\sin\pi = 0$； $\cos\pi = -1$； $\tan\pi = 0$.

（2） $\sin\dfrac{\pi}{2} = 1$； $\cos\dfrac{\pi}{2} = 0$； $\tan\dfrac{\pi}{2}$ 不存在.

3.第二象限.

达标测试： 1. $\sin\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$； $\cos\alpha = \dfrac{1}{2}$； $\tan\alpha = -\sqrt{3}$.

2．D.

3.(1) $\sin 4327° > 0; \cos 4327° > 0; \tan 4327° > 0;$

(2) $\sin\dfrac{27\pi}{5} < 0; \cos\dfrac{27\pi}{5} < 0; \tan\dfrac{27\pi}{5} > 0.$

4.-2.

27　同角三角函数的基本关系式

做一做： 1． $\dfrac{4}{5}$.

讲一讲： 1. $\because \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ 且 α 是第二象限的角，

$\therefore \cos\alpha < 0$， $\cos\alpha = -\sqrt{1-\sin^2\alpha} = -\sqrt{1-(\dfrac{4}{5})^2} = -\dfrac{3}{5}$；

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} = -\frac{4}{3}.$$

2． $\because \tan\alpha = 2$

$\therefore \dfrac{\sin\alpha - 4\cos\alpha}{5\sin\alpha + 2\cos\alpha} = \dfrac{\tan\alpha - 4}{5\tan\alpha + 2} = \dfrac{-2}{12} = -\dfrac{1}{6}$.

3. $\sqrt{\dfrac{1}{\cos^2\alpha} - 1} = \sqrt{\dfrac{1-\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}} = \sqrt{\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}} = \sqrt{\tan^2\alpha}$

$= \tan\alpha$.

练一练： 1．当 α 是第二象限角时， $\sin\alpha = \dfrac{3}{5}$，

$\tan\alpha = -\dfrac{3}{4}$； 当 α 是第三象限角时 $\sin\alpha = -\dfrac{3}{5}$，

$\tan\alpha = \dfrac{3}{4}$.

2．2.

3. $\sin\alpha$.

达标测试：1． $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

2． $\dfrac{4}{5};-\dfrac{3}{4}$.

3. $-\tan\alpha$.

4. $\sin\alpha-\cos\alpha$.

28　诱导公式（一）

做一做：1. $P(x,-y)$；$P(-x,y)$；$P(-x,-y)$.

2. $\sin\alpha;\cos\alpha;\tan\alpha$.

讲一讲：1．(1) $\sin\dfrac{4\pi}{3}=\sin(\pi+\dfrac{\pi}{3})=-\sin\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；

(2) $\cos\dfrac{19\pi}{6}=\cos(2\pi+\dfrac{7\pi}{6})=\cos(\pi+\dfrac{\pi}{6})$

$=-\cos\dfrac{\pi}{6}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；

（3） $\cos(-\dfrac{19\pi}{3})=\cos\dfrac{19\pi}{3}=\cos(6\pi+\dfrac{\pi}{3})$

$=\cos\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{1}{2}$；

（4） $\tan(-30^\circ)=-\tan30^\circ=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$；

（5） $\sin\dfrac{2\pi}{3}=\sin(\pi-\dfrac{\pi}{3})=\sin\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；

（6） $\tan135^\circ=\tan(180^\circ-45^\circ)=-\tan45^\circ=-1$.

2. $-\cos\alpha$

练一练：1. (1) $\sin225^\circ=\sin(180^\circ+45^\circ)=-\sin45^\circ=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$；

(2) $\cos\dfrac{7\pi}{6}=\cos(\pi+\dfrac{\pi}{6})=-\cos\dfrac{\pi}{6}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；

(3) $\sin(-60^\circ)=-\sin60^\circ=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；

(4) $\cos(-\dfrac{7\pi}{3})=\cos\dfrac{7\pi}{3}=\cos(2\pi+\dfrac{\pi}{3})=\cos\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{1}{2}$；

(5) $\cos\dfrac{3\pi}{4}=\cos(\pi-\dfrac{\pi}{4})=-\cos\dfrac{\pi}{4}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$；

(6) $\tan120^\circ=\tan(180^\circ-60^\circ)=-\tan60^\circ=-\sqrt{3}$.

达标测试：1.1；$-\sin\alpha$；$\dfrac{1}{2}$；-1.

2．A.

3. $\dfrac{\cos(-\alpha)\cdot\tan(7\pi+\alpha)}{\sin(\pi+\alpha)}=\dfrac{\cos\alpha\cdot\tan(6\pi+\pi+\alpha)}{-\sin\alpha}$

$=\dfrac{\cos\alpha\cdot\tan\alpha}{-\sin\alpha}=\dfrac{\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{-\sin\alpha\cdot\cos\alpha}=-1$.

29　诱导公式（二）

做一做：1． $\dfrac{1}{2}$.　2． $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.　3. $-\sqrt{3}$.　4. $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

讲一讲：1．(1) $\sin(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha)=\sin(\pi+\dfrac{\pi}{2}-\alpha)$

$=-\sin(\dfrac{\pi}{2}-\alpha)=-\cos\alpha$ =右侧；

(2) $\cos(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha)=\cos(\pi+\dfrac{\pi}{2}-\alpha)=-\cos(\dfrac{\pi}{2}-\alpha)=-\sin\alpha$

=右侧.

2．原式= $\dfrac{(-\sin\alpha)(-\cos\alpha)(-\sin\alpha)\cos\left[5\pi+(\dfrac{\pi}{2}-\alpha)\right]}{(-\cos\alpha)\sin(\pi-\alpha)[-\sin(\pi+\alpha)]\sin\left[4\pi+(\dfrac{\pi}{2}+\alpha)\right]}$

$=\dfrac{-\sin^2\alpha\cos\alpha\left[-\cos(\dfrac{\pi}{2}-\alpha)\right]}{(-\cos\alpha)\sin\alpha[-(-\sin\alpha)]\sin(\dfrac{\pi}{2}+\alpha)}$

$=-\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\tan\alpha.$

练一练：1．提示：$\alpha-\dfrac{\pi}{2}=-(\dfrac{\pi}{2}-\alpha)$.

2. $\sin^2\alpha$（提示：$\alpha-\dfrac{\pi}{2}=-(\dfrac{\pi}{2}-\alpha)$；$\alpha-2\pi=-(2\pi-\alpha)$.

达标测试：1. $-\dfrac{1}{2}$.　2.0.　3. $-\cos\alpha$.

30　正弦函数的图象与性质

做一做：1.自变量 x 的取值范围.

2.函数值的集合.

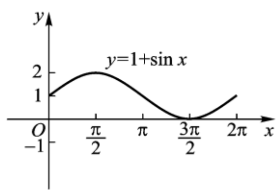
3.原点；y 轴.

4.上升；下降.

讲一讲：1．列表

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	1	0	−1	0
$y=1+\sin x$	1	2	1	0	1

以表中每组对应的 x,y 为坐标，描出点 (x,y)，用光滑的曲线顺次连结各点,得到 $y=1+\sin x$ 在 $[0,2\pi]$ 上的图象.



2．因为 $0\leqslant t-3\leqslant1$，解得 $3\leqslant t\leqslant4$

故 t 的取值范围 $[3,4]$.

3.设 $u=2x$，当 $2x=u=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$ 时 $y=\sin u$ 取得最

大值 1，即当 $x=\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$ 时， $y=\sin 2x$ 取得最大值 1；当 $2x=u=\frac{3\pi}{2}+2k\pi$ 时 $y=\sin u$ 取得最小值 -1，即当 $x=\frac{3\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$ 时 $y=\sin 2x$ 取得最小值-1.

4. π； 4π.

练一练：1．略． 2．$[3,5]$.

3.当 $x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$ 时，$y=\sin 4x$ 取得最大值 1；当 $x=\frac{3\pi}{8}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$ 时， $y=\sin 4x$ 取得最小值-1.

4. 6π.

达标测试：1．0． 2．$(0,\frac{\pi}{2})$ 3. $\left[1,\frac{5}{4}\right]$ 4. $\frac{8\pi}{3}$.

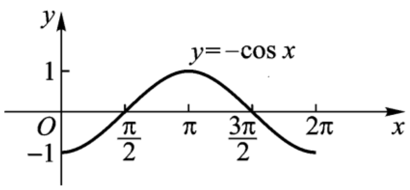
31 余弦函数的图象与性质

做一做：略.

讲一讲：1．列表；

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos x$	1	0	−1	0	1
$y=-\cos x$	−1	0	1	0	−1

描点；



连线.

2．$\because -1\le\cos x\le 1\ \therefore -1\le -\cos x\le 1$

$\therefore -3\le -3\cos x\le 3\ \therefore -2\le -3\cos x+1\le 4$

即所求的最大值和最小值分别为 4 和-2.

3.（1）$\because f(-x)=\cos(-x)+2=\cos x+2=f(-x)$ 且对于 $x\in R$ 均成立 $\therefore y=\cos x+2$ 是偶函数.

（2）$\because f(-x)=\sin(-x)\cos(-x)=-\sin x\cos x=-f(x)$ 且对于 $x\in R$ 均成立 $\therefore y=\sin x\cos x$ 是奇函数.

4. 6π.

练一练：1．略． 2．（0, 1）． 3.偶函数． 4. π.

达标测试：1． $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$． 2． x 轴.

3. $\{x|x\ne 2k\pi,k\notin z\}$． 4. 6π.

32 正切函数的图象与性质

做一做：1． $\left\{\alpha\middle|\alpha\ne k\pi+\frac{\pi}{2},k\notin Z\right\}$.

2． $\tan\alpha$; $-\tan\alpha$.

讲一讲：1． $\because \tan\left(-\frac{13\pi}{4}\right)=-\tan\frac{\pi}{4}$，

$\tan\left(-\frac{17\pi}{5}\right)=-\tan\frac{2\pi}{5}$，

$0<\frac{\pi}{4}<\frac{2\pi}{5}$, $y=\tan x$在$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$内单调递增

$\therefore \tan\frac{\pi}{4}<\tan\frac{2\pi}{5}\ \therefore -\tan\frac{\pi}{4}>-\tan\frac{2\pi}{5}$

即$\tan\left(-\frac{13}{4}\pi\right)>\tan\left(-\frac{17}{5}\pi\right)$.

2．由 $x-\frac{\pi}{3}\ne k\pi+\frac{\pi}{2}$ 解得 $x\ne k\pi+\frac{5\pi}{6}$，即定义域为 $\left\{x\middle|x\ne k\pi+\frac{5\pi}{6},k\notin Z\right\}$.

3.略.

练一练： 1. $\tan 1519^\circ>\tan 1493^\circ$

2． $\left\{x\middle|x\ne\frac{k\pi}{3}+\frac{\pi}{6},k\notin Z\right\}$． 3. $T=2\pi$.

达标测试：1．3． 2． $\tan(-40^\circ)<\tan 38^\circ<\tan 56^\circ$.

3. 2; $\frac{\pi}{2}$.

33 两角和与差的余弦

做一做：略.

讲一讲：1． $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$． 2． $-\frac{33}{65}$． 3.0.

练一练：1. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$． 2． $\frac{-\sqrt{5}-2\sqrt{3}}{6}$；$\frac{-\sqrt{5}+2\sqrt{3}}{6}$.

3. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

达标测试：1．B. 2. $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$． 3. $-\sqrt{2}\sin\varphi$； $\cos\alpha$.

34 两角和与差的正弦

做一做：1. $\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$.

2. $\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$.

3.原式 $=\cos(65^\circ+115^\circ)=\cos 180^\circ=-1$.

4.原式 $=\cos(80^\circ-20^\circ)=\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$.

讲一讲：1. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$． 2． $\frac{1}{2}$． 3. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$.

练一练：1. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$． 2． $\frac{\sqrt{3}}{2}$． 3. $\frac{2\sqrt{10}-2}{9}$.

达标测试：1．$\sin x$． 2．(1) $\frac{1}{2}$；(2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$；(3) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$．

3. $\frac{4-3\sqrt{3}}{10}$． 4. $\frac{15-8\sqrt{3}}{34}$．

35 两角和与差的正切

做一做：1． $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$． 2.略.

讲一讲：1． $2+\sqrt{3}$ ． 2. $\sqrt{3}$． 3. $\sqrt{3}$．

练一练：1． $2-\sqrt{3}$． 2. $\sqrt{3}$． 3. 1．

达标测试：1. $-2-\sqrt{3}$． 2． $\frac{\sqrt{3}}{3}$． 3. $\frac{\sqrt{3}}{3}$;1. 4.7.

36 二倍角公式

做一做：略.

讲一讲：

1． $\sin 2\alpha$=-$\frac{120}{169}$； $\cos 2\alpha$=$\frac{119}{169}$； $\tan 2\alpha$=-$\frac{120}{119}$．

2． $\sin\alpha$=-$\frac{4\sqrt{2}}{9}$； $\cos\frac{\alpha}{4}=\frac{\sqrt{3}}{3}$． 3.-$\frac{\sqrt{3}}{2}$．

练一练： 1．$\sin 2\alpha$=$\frac{240}{289}$；$\cos 2\alpha$=$\frac{161}{289}$；$\tan 2\alpha$=$\frac{240}{161}$．

2． $\sin\alpha$=$\frac{\sqrt{10}}{10}$； $\tan\alpha$=-$\frac{1}{3}$． 3. $\frac{\sqrt{2}}{4}$．

达标测试：1． $\sin 2\alpha$=$\frac{24}{25}$； $\cos 2\alpha$=$\frac{7}{25}$； $\tan 2\alpha$=$\frac{24}{7}$．

2．B. 3. $\frac{\sqrt{2}}{2}$．

37 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图像

做一做：1． 2π．

2． $(0,0)$, $\left(\frac{\pi}{2},1\right)$, $(\pi,0)$, $\left(\frac{3\pi}{2},-1\right)$, $(2\pi,0)$．

讲一讲：1.略. 2.略. 3. $y=2\sin(x+\frac{2\pi}{3})$

练一练：1.把正弦曲线上所有点的纵坐标伸长到原来的 3 倍，横坐标不变.

2.把正弦曲线向左平行移动 $\frac{\pi}{4}$ 个单位.

3.A=2,T=π, $\omega=2$, $\varphi=\frac{\pi}{4}$, $y=2\sin(2x+\frac{\pi}{4})$．

达标测试：1．A. 2．A.

3. $A=2$； $T=2\pi$；当$x=2k\pi-\frac{2\pi}{3}(k\in Z)$时，$f(x)_{\min}=-2$.