参考答案

第三章 函数

学案 12 函数的概念

做一一做：1．S=350h，是 错误 自变量 $0\le t\le 0$．

2．w=350d 数集{1，2，3，4，5，6}

思考 1 不是同一函数，因为自变量的取值范围不一样

3．以时间为自变量确定图像上的点的纵坐标就是空气质量指数的值 I 是 t 的函数

4．是

思考 2 共同特征有：（1）都包含两个非空数集，用 A，B 来表示；（2）都有一个对应关系；（3）尽管对应关系不同，但：对于数集 A 中的任意一个数 x，按照对应关系，在数集 B 中都有唯一确定的数 y 和他对应．

讲一讲：1．（1）$[2,+\infty)$；（2）$f(2)=\dfrac{1}{3}$，$f(\dfrac{5}{2})=\dfrac{7\sqrt{2}+4}{14}$；（3）$f(a)=\sqrt{a-2}+\dfrac{1}{a+1}$；

（4）$f(a-1)=\sqrt{a-3}+\dfrac{1}{a}$

2．（1）（3）不是，（2）（4）是

练一练：1．（1）$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$；

（2）1；3；$2m+1$；$2m+5$；

2． A

达标练习：$[0,1)\cup(1,+\infty)$；-1；$\sqrt{2}+1$；$\dfrac{1}{t}+\sqrt{t+1}$

学案 13 函数的表示方法

做一做：（1）×（2）×（3）×（4）√

讲一讲：1．解析法 $f(x)=5x,x\in\{1,2,3,4,5\}$

列表法表示 $y=f(x)$

笔记本数 x	1	2	3	4	5
钱数 y	5	10	15	20	25

图像法略

2．图略

3．作图如下（略），从图可以看出，王伟同学的数学学习成绩始终高于班级平均水平，学习情况比较稳定而且优秀．张城同学的数学学习成绩不稳定，总是在班级平均水平上下波动，而且波动幅度较大．赵磊同学的数学成绩低于班级平均水平，但表示他成绩变化的图像呈上升趋势，表明他的数学成绩在稳步提高．

练一练：1．3；1；

2．图略

3.

座位序号 x	1	2	3	4	5	6
作业得分 y	5	3	4	2	4	5

y 是 x 的函数，它的定义域是{1，2，3，4，5，6}值域是{2，3，4，5}，对应关系见上表．

达标练习：1．D 2．0；$\dfrac{9}{2}$；3．图略

学案 14 函数的单调性（一）

做一做：二次函数 $f(x)=x^2$ 的图象开口向上，以轴为对称轴，在 y 轴的左侧，即 $x\in(-\infty,0)$ 时，函数是单调递减的，在 y 轴的右侧，即 $x\in(0,+\infty)$ 时，函数是单调递增的．

讲一讲：1．函数的定义域是 R．当 $k>0$ 时，函数是增函数；当 $k<0$ 时，函数是增函数．

2．证明：$\forall x_1,x_2\in(1,+\infty)$，且 $x_1<x_2$，有

$$y_1-y_2=\left(x_1+\frac{1}{x_1}\right)-\left(x_2+\frac{1}{x_2}\right)=(x_1-x_2)+\left(\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}\right)$$

$$=(x_1-x_2)+\frac{x_2-x_1}{x_1x_2}=\frac{x_1-x_2}{x_1x_2}(x_1x_2-1)$$

由 $\forall x_1,x_2\in(1,+\infty)$，得 $x_1>1,x_2>1$

所以 $x_1x_2>1,x_1x_2-1>0$

又由 $x_1<x_2$，得 $x_1-x_2<0$

于是 $\dfrac{x_1-x_2}{x_1x_2}(x_1x_2-1)<0$，即 $y_1<y_2$

所以，函数 $y=x+\dfrac{1}{x}$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上单调递增．

练一练：1．单调区间：$(-5,-2)$，$(-2,1)$，$(1,3)$，$(3,5)$，其中在区间 $(-2,1)$，$(3,5)$ 上函数是增函数，在区间 $(-5,-2)$，$(1,3)$ 上函数是减函数．

2．证明：$\forall x_1,x_2\in(1,+\infty)$，且 $x_1<x_2$，

有 $y_1-y_2=\dfrac{1}{x_1-1}-\dfrac{1}{x_2-1}=\dfrac{x_2-x_1}{(x_1-1)(x_2-1)}$

由 $\forall x_1,x_2\in(1,+\infty)$，得 $x_1>1,x_2>1$

所以 $x_1-1>0,x_2-1>0$，即 $(x_1-1)(x_2-1)>0$

又由 $x_1<x_2$，得 $x_2-x_1>0$

于是 $\dfrac{x_2-x_1}{(x_1-1)(x_2-1)}>0$，即 $y_1>y_2$

所以，函数 $y=\dfrac{1}{x-1}$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上为单调减函数．

达标练习：1．D； 2．A；3．$(-\infty,1)$；

4．证明 $\forall x_1,x_2\in(-\infty,0)$，且 $x_1<x_2$，有

$f(x_1)-f(x_2)=\left(-\frac{1}{x_1}\right)-\left(-\frac{1}{x_2}\right)=\frac{x_1-x_2}{x_1x_2}$

由 $\forall x_1,x_2\in(-\infty,0)$，得 $x_1>0,x_2>0$，即 $x_1x_2>0$

又由 $x_1<x_2$,得 $x_1-x_2<0$

于是 $\frac{x_1-x_2}{x_1x_2}<0$，即 $f(x_1)-f(x_2)<0$

所以，函数 $f(x)=-\frac{2}{x}$ 在区间 $(-\infty,0)$ 上单调递增.

学案 14　函数的单调性（二）

做一做：1.（0，0）；高；0；大；0；大，　≤

讲一讲：1．画出函数 $h(t)=-4.9t^2+14.7t+18$ 的图像（图略），显然，函数图像的顶点就是烟花上升的最高点，顶点的横坐标就是烟花爆裂的最佳时刻，纵坐标就是此时距地面的高度，对于函数 $h(t)=-4.9t^2+14.7t+18$，

当 $t=-\frac{14.7}{2\times(-4.9)}=1.5$ 时，函数有最大值

$h=\frac{4\times(-4.9)\times18-14.7^2}{4\times(-4.9)}\approx29$

因此，烟花冲出后 1.5s 是它爆裂的最佳时刻，这时距地面的高度约为 29m.

2．$\forall x_1,x_2\in[2,6]$，且 $x_1<x_2$，

则 $f(x_1)-f(x_2)=\frac{1}{x_1-1}-\frac{1}{x_2-1}$

$=\frac{(x_2-1)-(x_1-1)}{(x_1-1)(x_2-1)}=\frac{x_2-x_1}{(x_1-1)(x_2-1)}$

由 $2\le x_1<x_2\le6$，

得 $x_2-x_1>0$，$(x_1-1)(x_2-1)>0$

于是 $f(x_1)-f(x_2)>0$ 即 $f(x_1)>f(x_2)$

所以已知函数 $f(x)=\frac{1}{x-1}$ 在区间 $[2,6]$ 上单调递减，在区间的两个端点上分别，取得最大值与最小值在 $x=2$ 取得最大值，最大值是 1，在 $x=6$ 时取得最小值，最小值是 0.2.

练一练：1.（1）图像略（2）当 $x=-1$ 时，$f(x)$ 有最大值，最大值是 $f(-1)=3$；当 $x=-\frac{-1}{2\times1}=\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 有最小值，最小值是 $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}$

2. $\forall x_1,x_2\in[3,5]$，且 $x_1<x_2$，

则 $f(x_1)-f(x_2)=\frac{2}{x_1-1}-\frac{2}{x_2-1}$

$=\frac{2(x_2-1)-2(x_1-1)}{(x_1-1)(x_2-1)}=\frac{2(x_2-x_1)}{(x_1-1)(x_2-1)}$

由 $3\le x_1<x_2\le5$，

得 $x_2-x_1>0$，$(x_1-1)(x_2-1)>0$

于是 $f(x_1)-f(x_2)>0$ 即 $f(x_1)>f(x_2)$

所以已知函数 $f(x)=\frac{2}{x-1}$ 在区间 $[3,5]$ 上单调递减，在区间的两个端点上分别，取得最大值与最小值在 $x=3$ 取得最大值，最大值是 1，在 $x=5$ 时取得最小值，最小值是 $\frac{1}{2}$.

达标练习：1．C ；2．D；

3.（1）$\forall x_1,x_2\in[1,+\infty)$，且 $x_1<x_2$，

则 $f(x_1)-f(x_2)=\frac{2x_1+1}{x_1+1}-\frac{2x_2+1}{x_2+1}$

$=\frac{(2x_1+1)(x_2+1)-(2x_2+1)(x_1+1)}{(x_1+1)(x_2+1)}=\frac{x_1-x_2}{(x_1+1)(x_2+1)}$

由 $0\le x_1<x_2$，

得 $x_1-x_2<0$，$(x_1+1)(x_2+1)>0$

于是 $f(x_1)-f(x_2)<0$ 即 $f(x_1)<f(x_2)$

所以已知函数 $f(x)$ 在区间 $[1,+\infty)$ 上单调递增，（2）$f(x)$ 在区间[2,4]的两个端点上分别，取得最小值与最大值, 在 $x=2$ 取得最小值，最小值是 $\frac{5}{3}$，在 $x=4$ 时取得最大值，最大值是 $\frac{9}{5}$.

学案 15　函数的奇偶性

做一做：（1）

$f(1)=-1$	$f(-1)=-1$	$f(1)=f(-1)$
$f(2)=-4$	$f(-2)=-4$	$f(2)=f(-2)$
$f(3)=-9$	$f(-3)=-9$	$f(3)=f(-3)$
…	…	…
$f(x)=-x^2$	$f(-x)=-x^2$	$f(x)=f(-x)$

$g(1)=1$	$g(-1)=$	$g(1)=g(-1)$
$g(2)=2$	$g(-2)=2$	$g(2)=g(-2)$
$g(3)=3$	$g(-3)=3$	$g(3)=g(-3)$
…	…	…
$g(x)=\lvert x\rvert$	$g(-x)=\lvert x\rvert$	$g(x)=g(-x)$

（2）一般地，若函数函数 $y=f(x)$ 的图象关于

原点对称，则 $f(x)=-f(-x)$,反之也成立

讲一讲：1.（1）、函数 $f(x)=x^4$ 的定义域为 R.

因为 $\forall x\in R$，都有 $-x\in R$，

且 $f(-x)=(-x)^4=x^4=f(x)$，

所以函数 $f(x)=x^4$ 为偶函数.

（2）、函数 $f(x)=x^5$ 的定义域为 R.

因为 $\forall x\in R$，都有 $-x\in R$，

且 $f(-x)=(-x)^5=-x^5=-f(x)$，

所以函数 $f(x)=x^5$ 为奇函数.

（3）、函数 $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$ 的定义域为 $\{x|x\neq 0\}$.

因为 $\forall x\in\{x|x\neq 0\}$，都有 $-x\in\{x|x\neq 0\}$，

且 $f(-x)=-x+\dfrac{1}{-x}=-\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=-f(x)$，

所以函数 $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$ 为奇函数.

（4）、函数 $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$ 的定义域为 $\{x|x\neq 0\}$.

因为 $\forall x\in\{x|x\neq 0\}$，都有 $-x\in\{x|x\neq 0\}$，

且 $f(-x)=\dfrac{1}{(-x)^2}=\dfrac{1}{x^2}=f(x)$，

所以函数 $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$ 为偶函数.

（5）、函数 $f(x)=\sqrt{2x+1}$ 的定义域为 $\left\{x\middle|x\geq -\dfrac{1}{2}\right\}$.

取 $x=1\in\left\{x\middle|x\geq -\dfrac{1}{2}\right\}$，但 $-x=-1\notin\left\{x\middle|x\ \geq -\dfrac{1}{2}\right\}$，

因此定义域不关于原点对称，其函数图像必不关于原点对称，函数是非奇非偶函数.

练一练：1.（1）、函数 $f(x)=x^2-3$ 的定义域为 R.

因为 $\forall x\in R$，都有 $-x\in R$，

且 $f(-x)=(-x)^2-3=x^2-3=f(x)$，

所以函数 $f(x)=x^2-3$ 为偶函数.

（2）、函数 $f(x)=\sqrt{x}$ 的定义域为 $\{x|x\geq 0\}$.

取 $x=1\in\{x|x\geq 0\}$，但 $-x=-1\notin\{x|x\geq 0\}$，

因此定义域不关于原点对称，其函数图像必不关于原点对称，函数是非奇非偶函数.

（3）、函数 $f(x)=x^2$，$x\in(-1,1]$ 的定义域为 $(-1,1]$

取 $x=1\in(-1,1]$，但 $-x=-1\notin(-1,1]$，

因此定义域不关于原点对称，其函数图像必不关于原点对称，函数是非奇非偶函数.

（4）函数 $f(x)=x^3+x$ 的定义域为 R.

因为 $\forall x\in R$，都有 $-x\in R$，

且 $f(-x)=(-x)^3+(-x)=-\left(x^3+x\right)=-f(x)$，

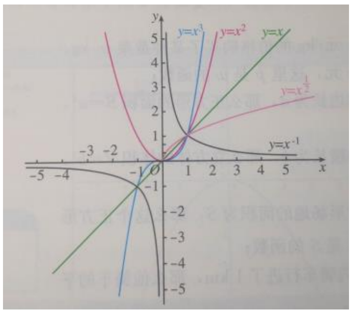
所以函数 $f(x)=x^3+x$ 为奇函数.

达标练习：1．B；2．（2）（3）（6）；

3．$a=8$；4．B

学案 16　幂函数

做一做：



讲一讲：1．因为函数 $f(x)$ 为幂函数，因此设 $f(x)=x^{\alpha}$，由函数经过点（3，$\sqrt{3}$）得，

$3^{\alpha}=\sqrt{3}$，即 $\alpha=\dfrac{1}{2}$，所以函数的解析式为 $f(x)=x^{\frac{1}{2}}$

2．证明：函数的定义域为 $[0,+\infty)$.

$\forall x_1,x_2\in[0,+\infty)$，且 $x_1<x_2$，

则

$$f(x_1)-f(x_2)=\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}\right)\left(\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}\right)}{\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}}$$

$$=\frac{x_1-x_2}{\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}}$$

因为 $x_1-x_2<0$，$\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}>0$

所以 $f(x_1)<f(x_2)$，

即幂函数 $f(x)=\sqrt{x}$ 在[0，+∞)上是增函数

练一练：1.（1）、（5）

2．D

达标练习：1．B；　2．B；　3．$m=1$